EXERCICE N°3 — 6 points

Dans la figure ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur $[0,2]$ par : $f(x)=x\sqrt{2x-x^2}$. **(Figure 1)**

La rotation de $\mathscr{C}_f$ autour de l'axe $(O,\vec{i})$ engendre un solide $\boldsymbol{S}$ ayant la forme d'une toupie. **(Figure 2)**.

Figure 1

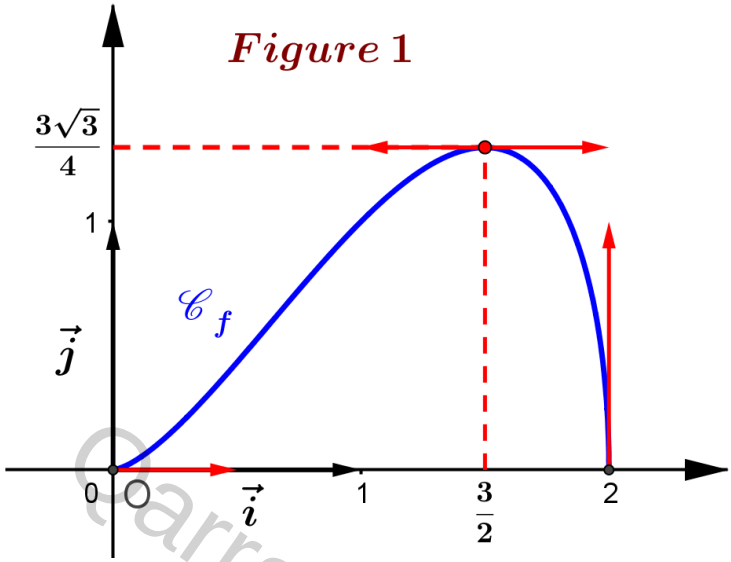
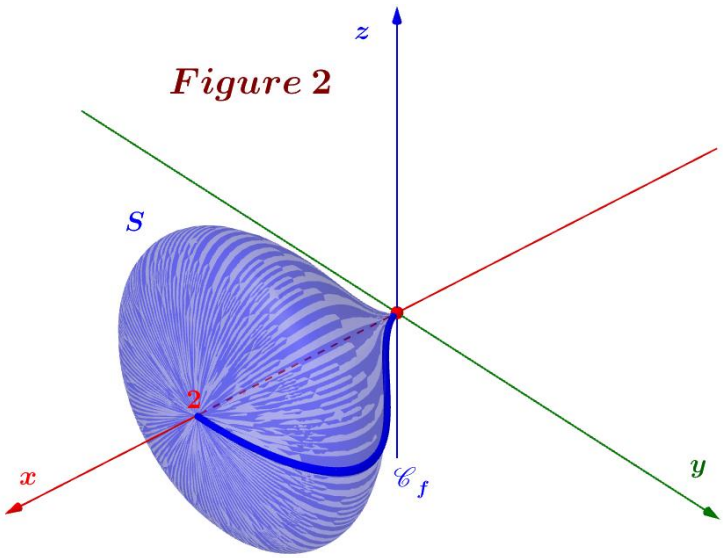


Figure 2



1°) Par une lecture graphique :

a) Déterminer : $f'\left(\frac{3}{2}\right)$, $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{f(x)}{2-x}$.

b) Dresser le tableau de variations de f.

2°) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du solide $\boldsymbol{S}$.

3°) Soit G la fonction définie par $G(x)=\int_0^x t\sqrt{2t-t^2}\,dt$.

Montrer que G est dérivable sur $[0,2]$ et calculer $G'(x)$.

4°) On considère la fonction H définie sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ par : $H(x)=G(1+\sin x)$.

a) Montrer que H est dérivable sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ et que $H'(x)=\cos^2 x+\sin x.\cos^2 x$.

b) Calculer $H\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ et déduire que pour tout $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$, on a :

$$H(x)=\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin(2x)-\frac{1}{3}\cos^3 x+\frac{\pi}{4}.$$

c) Calculer alors l'aire du domaine du plan limité par $\mathscr{C}_f$, les axes du repère et la droite d'équation $x=2$.

Qarray.tn - Aqra Blech-Qarray.tn

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com